Programmation IV	Série 2	22 mars 2006

Exercice 1

Exercice 2 de la page 18 du cours.

Exercice 2

Exercice 3 de la page 18 du cours.

Exercice 3

Exercice 4 de la page 18 du cours.

Exercice 4

La fonction de Fibonacci est définie de la manière suivante :

$$\text{fib}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x = 1 \\ \text{fib}(x-1) + \text{fib}(x-2) & \text{sinon} \end{cases}$$

Écrivez deux variantes d'une fonction calculant fib(x) : la première basée directement sur la définition ci-dessus, la seconde utilisant une récursion terminale.

Exercice 5

Pour élever un nombre x à une puissance y positive et entière, on peut utiliser la technique naïve qui consiste simplement à multiplier x avec lui-même y fois. Une meilleure solution utilise la propriété suivante de l'élévation à la puissance : x^y est égal à $(x^2)^{y/2}$ si y est pair. Écrivez une fonction d'élévation à la puissance tirant parti de cette propriété. Utiliser les $Double$ pour la base et le résultat.

Exercice 6

On peut à l'aide de $(n+1)$ points $\{x_i, y_i = f(x_i), i = 0, ..., n\}$ construire le polynôme d'interpolation de Lagrange $P_n(x)$ de degré n :

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} y_j L_j(x) \quad \text{avec} \quad L_j(x) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{n} \frac{x - x_k}{x_j - x_k}$$

Utilisez les fonctions sum et $prod$ définies dans l'exercice 3 pour écrire une fonction $lagrange(f : Double => Double)(a : Double, b : Double, n : Int)(x : Double) : Double$ qui calcule $P_n(x)$ sur l'intervalle $[a, b]$ avec n points pour une fonction f donnée. Testez votre solution au moyen de la fonction $f(x) = (1 + x^2 - x^3)\ e^{x/5}$ pour l'intervalle $[-1.0, 1.0]$ avec $n = 12$.

Exercice 7

Si on aimerait tester l'interpolation pour un intervalle donné et des differentes fonctions, plutôt que pour une fonction donnée et des differentes intervalles, comment changerait-on la signature de la fonction $lagrange$?