Informatique Théorique III	Quiz 6 Corrigé	24 nov 2004

Les explications des réponses sont marquées avec ♣.

1. Vrai ou Faux ?

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

Vrai	Faux	
☒	☐	Si une relation $R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ est réflexive, symétrique et transitive alors R est une équivalence sur Σ^*.
☒	☐	Soit R une équivalence sur Σ^*. Le quotient $\Sigma^*/_R$ est défini comme l'ensemble des classes d'équivalence de R sur Σ^*.
☐	☒	Soit Σ un alphabet, $L \subseteq \Sigma^*$ et R une équivalence sur Σ^*. Si $\#(\Sigma^*/_R) < \infty$, alors R est une relation de Myhill-Nerode pour L.
	♣	R doit être aussi une L-congruence.
☐	☒	Soit $M = (Q, \Sigma, \Delta, s, F)$ un AFN. La relation $\equiv_M \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ est définie par : $x \equiv_M y$ ssi $\widehat{\Delta}(s, x) = \widehat{\Delta}(s, y)$.
	♣	Selon la définition donnée au cours, M doit être un AFD. Néanmoins, comme il est possible de transformer un AFN en un AFD équivalent, il est aussi possible de définir $\equiv_M$ pour les AFN.
☐	☒	Soit Σ un alphabet et $L \subseteq \Sigma^*$. La L-congruence $\equiv_L$ est la plus petite L-congruence.
	♣	$\equiv_L$ est la plus grande L-congruence : pour toute L-congruence R, on a $R \subseteq \equiv_L$.
☐	☒	Soit $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ un AFD. Soit $L = \mathrm{L}(M)$. Soit $\equiv_M$ et $\equiv_L$ des sous-ensembles de $\Sigma^* \times \Sigma^*$ definis respectivement par : $x \equiv_M y$ ssi $\widehat{\delta}(s, x) = \widehat{\delta}(s, y)$ et $x \equiv_L y$ ssi $\forall z \in \Sigma^* . \big(xz \in L \iff yz \in L\big)$ On sait que $\equiv_M \subseteq \equiv_L$, dont on tire que $\#(\Sigma^*/_{\equiv_M}) \leq \#(\Sigma^*/_{\equiv_L})$.
	♣	Si $\equiv_M$ est un raffinement de $\equiv_L$, alors le nombre des classes d'équivalence dans le quotient de $\equiv_M$ est plus grand (ou égal) que le nombre de classes d'équivalence dans le quotient de $\equiv_L$.
☒	☐	Soit $L \subseteq \Sigma^*$ tel que $\equiv_L$ est d'index fini. Soit $Q_L = \{ [x]_{\equiv_L} \mid x \in \Sigma^* \}$. Soit $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ un AFD tel que $\mathrm{L}(M) = L$. Alors $\#(Q_L) \leq \#(Q)$.
☒	☐	Soit M_1 et M_2 deux automates différents, mais tels que $\mathrm{L}(M_1) = \mathrm{L}(M_2)$. Si on applique l'algorithme de minimisation à M_1 et à M_2 on obtient comme résultat le même automate à isomorphisme près.

Vrai	**Faux**	
☐	☒	Soit M un AFD défini par $Q = \{1, 2, 3, 4\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ et le tableau 1) ci dessous. Alors, $\mathrm{acc}(M)$ est définit par $Q' = \{1, 2, 4\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ et le tableau 2) ci dessous :

1)

δ	a	b
S1	2	1
F2	2	1
3	4	3
F4	2	1

2)

δ'	a	b
S1	2	1
F2	2	1
F4	2	1

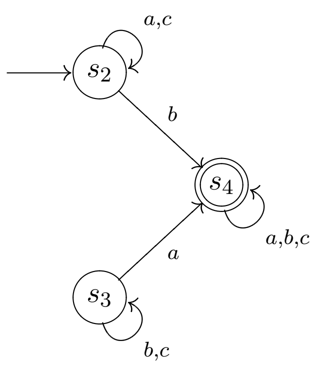
♣ 4 n'est pas un état accessible : il y a pas un mot $w \in \Sigma^*$ tel que $\widehat{\delta}(1, w) = 4$. Le fait que 4 soit un état final ne change rien par rapport à ça !

☐	☒	Si, en appliquant l'algorithme de minimisation à l'AFD M défini par $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ et le tableau 1) ci dessous, on a obtenu les classes d'équivalence suivantes $[2]_\approx = \{9, 10\}$, $[3]_\approx = \{7, 8\}$, $[4]_\approx = \{5, 6\}$. Alors l'automate minimal est défini par $Q' = \{s_2, s_3, s_4\}$, $\Sigma' = \{a, b, c\}$ et le graphe 2) ci dessous :

1)

δ	a	b	c
s 1	2	3	1
2	9	4	10
3	5	7	8
F 4	6	4	4
F 5	5	6	6
F 6	6	6	6
7	5	8	7
8	5	8	7
9	9	4	10
10	9	4	10

2)



$$\begin{aligned} s_2 &= [2]_\approx, \\ s_3 &= [3]_\approx, \\ s_4 &= [4]_\approx. \end{aligned}$$

♣ On ne doit pas "oublier" les états qui forment des classes d'équivalence par "eux même", voir dans ce cas $[1]_\approx = \{1\}$. Donc le graphe correct est :