Informatique Théorique III | Quiz 4 Corrigé | 10 nov 2004

Les explications des réponses sont marquées avec ♣.

1. Vrai ou Faux ?

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

Vrai	Faux	
☐	☒	Soit x une expression régulière. On a $\mathbf{x} + \epsilon \approx \mathbf{x}$.
	♣	ϵ n'est pas l'élément neutre de l'opérateur binaire $+$.
☒	☐	Soit $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ deux expressions régulières telles que $\mathrm{L}(\mathbf{x}) \subseteq \mathrm{L}(\mathbf{y})$. Alors $\mathbf{x} + \mathbf{y} \approx \mathbf{y}$
☐	☒	Soit M l'automate définit par $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ et le tableau

δ	a	b
Sq_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_0
Fq_2	q_0	q_0

La méthode du système d'équations appliquée à M nous donne :

$$\begin{cases} q_0 & \approx & \mathbf{b}q_0 + \mathbf{a}q_1 + \boldsymbol{\epsilon} \\ q_1 & \approx & \mathbf{b}q_0 + \mathbf{a}q_2 \\ q_2 & \approx & (\mathbf{a} + \mathbf{b})q_0 \end{cases}$$

	♣	La transition $\boldsymbol{\epsilon}$ doit être associée aux états finaux.
☐	☒	$(\mathbf{a} + \mathbf{b})^+\mathbf{b}^*$ est une expression régulière sur $\Sigma = \{a, b\}$.
	♣	$^+$ n'est pas un opérateur unaire admis dans les expressions régulières.
☒	☐	L'automate définit par $Q = \{q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ et le tableau

delta	a	b
Sq_1	q_1	q_2
Fq_2	q_1	q_2

est un AFD.

♣		La fonction de transition est totale et amène chaque état dans un état inclus dans Q. Donc l'automate est un AFD.
☐	☒	L'automate définit par $Q = \{1, 2, 3, 4\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ et le tableau

$\boldsymbol{\Delta}$	a	b
S1	2	4
2	2	3
F3	3	4
F4	4	3

est un AFNG.

♣ L'automate n'est pas un AFNG pour deux raisons :

- an AFNG peut avoir seulement un état final ;
- la fonction de transition est $\boldsymbol{\Delta} : (Q \setminus \{f\}) \times (Q \setminus \{s\}) \to \mathbf{RE}_\Sigma$.
  Elle est donc de la forme $\boldsymbol{\Delta}(q_{i-1}, q_i) = x$, où x est une expression régulière, et non pas de la forme $\boldsymbol{\Delta}(q_{i-1}, a) = q_i$.

☒	☐	Soit x une expression régulière, alors $\mathbf{x}^* \approx (\mathbf{xx})^* + (\mathbf{xx})^*\mathbf{x}$
☒	☐	Pour prouver l'équivalence du point précédent il suffit de prouver que $(\mathbf{x}^* \lesssim (\mathbf{xx})^* + (\mathbf{xx})^*\mathbf{x}) \wedge ((\mathbf{xx})^* + (\mathbf{xx})^*\mathbf{x} \lesssim \mathbf{x}^*)$
☐	☒	Soit $Z, D, E \subseteq \{a, b, c\}^*$ des langages sur $\{a, b, c\}$ satisfaisant l'équation $Z = DZ + E$. Alors $Z = D^*E$.
	♣	Il faut que $\epsilon \notin D$. Si non l'équation $Z = DZ + E$ pourrait avoir plusieurs solutions. Le cas limite est $D = \{\epsilon\}$ et $E = \emptyset$: l'équation devienne $Z = Z$, qui est vraie pour tout valeur de Z.