Informatique Théorique III	Quiz 1 Corrigé	20 oct 2004

Les explications des réponses sont marquées avec ♣.

1. Vrai ou Faux ?

Ci dessous, les lettres A, B indique des ensembles quelconques.
Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

Vrai	Faux	
☐	☒	La relation binaire $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ donnée par $\{(1,2),(2,3),(5,7),(1,4),(4,6)\}$ est une fonction.
	♣	$(1,2) \in R$ et $(1,4) \in R$, mais $2 \neq 4$.
☐	☒	La fonction $f : A \to B$, graphe $\{(1,2),(2,3),(5,7),(6,4),(4,6)\}$ a pour domaine $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ et pour image $B = \{2,3,4,6,7\}$.
	♣	$A = \{1,2,4,5,6\}$, $B = \{2,3,4,6,7\}$.
☒	☐	La fonction $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $f(x) = x^2$ est injective.
☐	☒	La fonction $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $f(x) = x^2$ est bijective.
	♣	Elle n'est pas surjective.
☒	☐	Soit X l'alphabet anglais et R l'ordre habituel entre les lettres de X. Le pré-ordre (X,R) est un ordre partiel.
☐	☒	En supposant que le mot x soit $x = abc$ et le mot y soit $y = \epsilon$, on a $\lvert x{\cdot}y \rvert = 4$.
	♣	$\lvert x{\cdot}y \rvert \triangleq \lvert x \rvert + \lvert y \rvert \triangleq \lvert x \rvert + 0 = 3$.
☐	☒	Selon l'ordre lexicographique, le mot *abacus* est "plus petit" que le mot *zorro* : *abacus* $\ll_{\mathrm{l}}$ *zorro*.
	♣	*abacus* $\ll_{\mathrm{d}}$ *zorro* mais pas *abacus* $\ll_{\mathrm{l}}$ *zorro*.
☐	☒	Tous les sous-ensembles de Σ^* sont finis.
	♣	Sauf si $\Sigma = \emptyset$.
	♣	Pour Σ non vide, Σ^* est un sous-ensemble infini de Σ^*.
☒	☐	Tous les mots dans Σ^* sont de longueur finie.
☒	☐	L'intersection des ensembles est commutative.
☐	☒	$A \cup \emptyset = \emptyset$.
	♣	Sauf si $A = \emptyset$. En général $A \cup \emptyset = A$.
☒	☐	Le complément de $\{a\}^*$ dans $\{a,b\}^*$ est de taille infinie.
☒	☐	Dans Σ^*, il y a exactement un mot de longueur 0.
♣		...ϵ.
☐	☒	$\emptyset = \epsilon$.
	♣	L'un est un ensemble, l'autre un mot.
☐	☒	$\emptyset = \{\epsilon\}$.
	♣	L'un est un ensemble sans éléments, l'autre est un ensemble avec un élément.
☐	☒	$\emptyset = \{\emptyset\}$.
	♣	L'un est un ensemble sans éléments, l'autre est un ensemble avec un élément.
☐	☒	$\mathrm{card}(\mathbb{Q}) = \mathrm{card}(\mathbb{R})$.
	♣	$\mathrm{card}(\mathbb{N}) = \mathrm{card}(\mathbb{Q})$ et $\mathrm{card}(\mathbb{N}) < \mathrm{card}(\mathbb{R})$.

Soit $A = \{1, 2, 3\}$ et soit $R \subseteq A \times A$ la relation $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 3)\}$.

Vrai	Faux	
☒	☐	R est un pré-ordre.
☒	☐	R est un ordre partiel.
☐	☒	R est un ordre total.
	♣	$1 \in A$ et $3 \in A$ mais $\neg(1R3 \vee 3R1)$.
☐	☒	R est un ordre strict.
	♣	R est réflexive.