

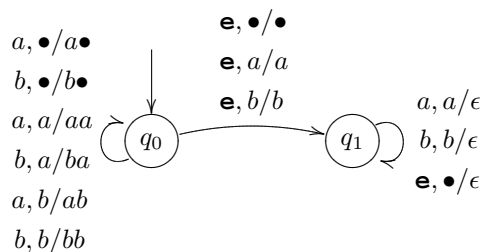
1. Automates à pile

Pour chacun des langages ci-dessous donnez un automate à pile qui le reconnaît. Précisez le mode d'acceptation.

1. $\{w \in \Sigma^* \mid \text{Equil}(w)\}^1$ avec $\Sigma = \{), (, a\}$.
2. $\{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 2 * |w|_b\}$ avec $\Sigma = \{a, b\}$.
3. $\{a^i b^j c^k \in \Sigma^* \mid i \neq j \vee j \neq k\}$ avec $\Sigma = \{a, b, c\}$.

2. Des automates au grammaires

Soit $\Sigma = \{a, b\}$ et $M = (\{q_0, q_1\}, \Sigma, \Sigma \cup \{\bullet\}, \Delta, q_0, \bullet)$ l'automate ci-dessous qui accepte par le critère de la pile vide.



Essayez de comprendre le langage reconnu par l'automate puis transformez l'automate en grammaire. Simplifiez la grammaire en éliminant les règles de production inutiles et en renommant les symboles pour la rendre plus lisible.

3. Reconnaissance d'expressions arithmétiques

Soit l'alphabet $\Sigma = \{0, \dots, 9, +, -, *, /, ^, (,)\}$. On considère le langage des expressions arithmétiques sur les nombres entiers avec les opérateurs suivants.

opération	priorité	associativité	
-	3		négation
^	2	droite	exponentielle
*	1	gauche	multiplication
/	1	gauche	division
+	0	gauche	addition
-	0	gauche	soustraction

Dans le tableau ci-dessus, plus le nombre de priorité d'un opérateur est élevé plus sa priorité est forte. Dans les expressions on admet l'utilisation de parenthèses pour modifier la priorité et l'associativité des opérateurs, elles doivent cependant être équilibrées. Les nombres entiers ne doivent pas, excepté pour 0, commencer par un zéro (par exemple 002 n'est pas considéré comme un nombre).

Voici quelques exemples d'expressions arithmétiques bien formées :

$$69*2+5^2 \quad -(346-3)*-2 \quad 2*5+4/(4+5) \quad --0+10+687^(2+1)/5+7$$

et quelques-unes *mal* formées :

$$45**23 + 2 \quad 00234+34^(2+1) \quad 234+((45*67)+2) \quad 823++/4$$

¹Equil(w) $\Leftrightarrow (|w|_(') = |w|_(')) \wedge (\forall u, v \in \Sigma^* : w = uv \Rightarrow |u|_(') \geq |u|_('))$

1. Ajouter des parenthèses aux expressions suivantes de manière à rendre explicite la priorité et la précedence implicite des opérateurs.

$$\begin{aligned}2*4+22+452+-1 &\rightsquigarrow ((2*4)+22)+452+(-1) \\452+123*12/4-2+45 &\rightsquigarrow \\20+--20+68^2/23-23 &\rightsquigarrow \\2+-2*3^3^4*8+2^4^3+2*5 &\rightsquigarrow\end{aligned}$$

2. Donner une grammaire qui génère les expressions arithmétiques telles que décrites ci-dessus.
3. Transformer la grammaire en un automate à pile pour reconnaître les expressions arithmétiques bien formées. \square