Informatique théorique III
Série 3

Prof. Nestmann, 2004

1. Recherche de mots-clef dans un texte

Soit Σ l'alphabet français. Un problème couramment rencontré en informatique est la recherche efficace de mots clefs dans un texte. Donnez le graphe d'un AFN M_v sur Σ pour aider un gérant de vélodrome à déterminer si un texte w contient au moins une occurence du mot « cycle ». Déterminiser ensuite l'AFN M_v et donner son graphe. □

2. Ordres produits

On considère dans cet exercice l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$.
On définit les relations binaires R_1 et R_2 sur $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ (les couples d'entiers) de la manière suivante :

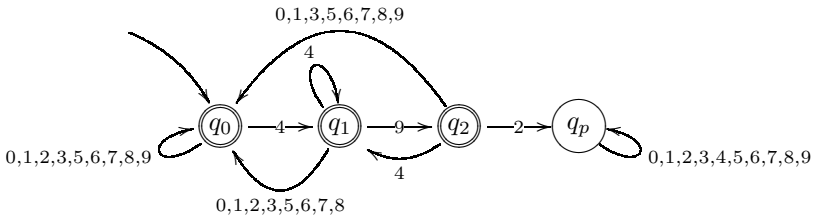
$$(x,y)R_1(x',y') \Leftrightarrow x \leq x' \wedge y \leq y'$$
$$(x,y)R_2(x',y') \Leftrightarrow x < x' \vee (x = x' \wedge y \leq y')$$

1. Montrer que R_1 est une relation d'ordre.
2. Montrer que R_1 n'est pas une relation d'ordre totale.
3. Montrer que R_2 est une relation d'ordre.
4. Montrer que R_2 est une relation d'ordre totale.
5. Comparer R_1 et R_2 au sens de l'inclusion. Justifier la réponse. (est-ce que R_1 est un raffinement de R_2 ? est-ce que R_2 est un raffinement de R_1 ? ...)

□

3. Correction d'automate

Soit $\Sigma \triangleq \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ un alphabet et $A_{-492} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ l'automate trouvé lors de la série précédente et donné ci-dessous.



Montrer que A_{-492} accepte exactement le langage L_{-492} constitué de l'ensemble des chaînes qui ne contiennent pas le sous-mot 492. Pour cela :

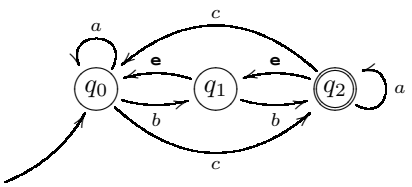
1. Décrire formellement le langage L_{-492} en définissant un ensemble de chaînes sur Σ par compréhension.
2. Donner le tableau de l'automate A_{-492}. Déterminer les conditions nécessaires pour que $\delta(q,a) = q_1, \delta(q,a) = q_2$ et $\delta(q,a) = q_p$.
3. En utilisant les conditions du point précédent, démontrer par induction sur la structure des mots (décomposer à droite) la proposition suivante :

$$\forall w \in \Sigma^* : \widehat{\delta}(q_0, w) = q_p \Leftrightarrow \exists x, y \in \Sigma^* : w = x492y$$

4. Déduire de la proposition précédente que $\mathrm{L}(A_{-492}) = L_{-492}$. □

4. Élimination des transitions instantanées

Soit $\Sigma \triangleq \{a, b, c\}$. Déterminiser l'AFN$_{\mathbf{e}}$ M sur Σ donné ci-dessous, c'est à dire calculer $\mathrm{D}_{\mathbf{e}}(M)$ et donner le graphe de l'automate obtenu.



□

5. Concaténation de langages

Soit Σ un alphabet et deux AFD $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ et $M' = (Q', \Sigma, \delta', s', F')$ tels que $Q \cap Q' = \emptyset$. Définissez de manière formelle un AFN$_{\mathbf{e}}$ M'' tel que :

$$\mathrm{L}(M'') = \mathrm{L}(M) \cdot \mathrm{L}(M')$$

Pourquoi avons nous supposé que $Q \cap Q' = \emptyset$? □