

### 1. Recherche de mots-clef dans un texte

Soit  $\Sigma$  l'alphabet français. Un problème couramment rencontré en informatique est la recherche efficace de mots clefs dans un texte. Donnez le graphe d'un AFN  $M_v$  sur  $\Sigma$  pour aider un gérant de vélodrome à déterminer si un texte  $w$  contient au moins une occurrence du mot « cycle ». Déterminer ensuite l'AFN  $M_v$  et donner son graphe.  $\square$

### 2. Ordres produits

On considère dans cet exercice l'ensemble des entiers naturels  $\mathbb{N}$ .

On définit les relations binaires  $R_1$  et  $R_2$  sur  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  (les couples d'entiers) de la manière suivante :

$$(x, y)R_1(x', y') \Leftrightarrow x \leq x' \wedge y \leq y'$$

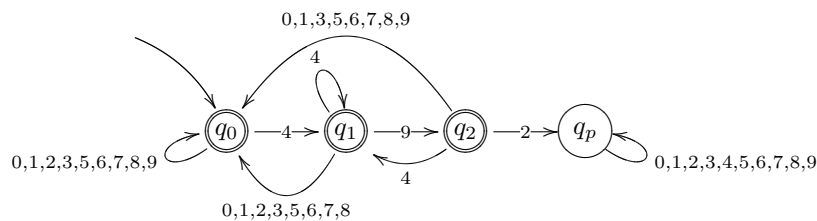
$$(x, y)R_2(x', y') \Leftrightarrow x < x' \vee (x = x' \wedge y \leq y')$$

1. Montrer que  $R_1$  est une relation d'ordre.
2. Montrer que  $R_1$  n'est pas une relation d'ordre totale.
3. Montrer que  $R_2$  est une relation d'ordre.
4. Montrer que  $R_2$  est une relation d'ordre totale.
5. Comparer  $R_1$  et  $R_2$  au sens de l'inclusion. Justifier la réponse. (est-ce que  $R_1$  est un raffinement de  $R_2$  ? est-ce que  $R_2$  est un raffinement de  $R_1$  ? ...)

$\square$

### 3. Correction d'automate

Soit  $\Sigma \triangleq \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  un alphabet et  $A_{-492} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  l'automate trouvé lors de la série précédente et donné ci-dessous.



Montrer que  $A_{-492}$  accepte exactement le langage  $L_{-492}$  constitué de l'ensemble des chaînes qui ne contiennent pas le sous-mot 492. Pour cela :

1. Décrire formellement le langage  $L_{-492}$  en définissant un ensemble de chaînes sur  $\Sigma$  par compréhension.
2. Donner le tableau de l'automate  $A_{-492}$ . Déterminer les conditions nécessaires pour que  $\delta(q, a) = q_1$ ,  $\delta(q, a) = q_2$  et  $\delta(q, a) = q_p$ .
3. En utilisant les conditions du point précédent, démontrer par induction sur la structure des mots (décomposer à droite) la proposition suivante :

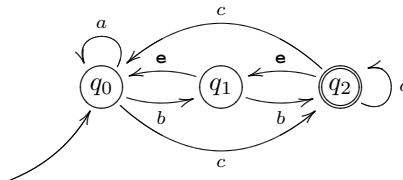
$$\forall w \in \Sigma^* : \widehat{\delta}(q_0, w) = q_p \Leftrightarrow \exists x, y \in \Sigma^* : w = x492y$$

4. Dédire de la proposition précédente que  $L(A_{-492}) = L_{-492}$ .

$\square$

#### 4. Élimination des transitions instantanées

Soit  $\Sigma \triangleq \{a, b, c\}$ . Déterminer l'AFN<sub>e</sub>  $M$  sur  $\Sigma$  donné ci-dessous, c'est à dire calculer  $D_e(M)$  et donner le graphe de l'automate obtenu.



□

#### 5. Concaténation de langages

Soit  $\Sigma$  un alphabet et deux AFD  $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$  et  $M' = (Q', \Sigma, \delta', s', F')$  tels que  $Q \cap Q' = \emptyset$ . Définissez de manière formelle un AFN<sub>e</sub>  $M''$  tel que :

$$L(M'') = L(M) \cdot L(M')$$

Pourquoi avons nous supposé que  $Q \cap Q' = \emptyset$  ?

□