Informatique théorique III
Série 13

Prof. Nestmann, 2005

1. Réduction

Déterminer pour chacun des langages suivants, s'il est décidable, semi-décidable mais non décidable, ou non-semi-décidable.

1. $L_1 = \{[M] \mid M \text{ ne s'arrête pour aucun mot}\}$
2. $L_2 = \{[M] \mid M \in \text{MT est totale}\}$
3. $L_3 = \{[M] \mid M \text{ ne s'arrête pas pour au moins un mot}\}$

On pourra utiliser le résultat suivant :
$L'_H = \{[(M, w)] \mid M \text{ ne s'arrête pas pour } w\}$ est non-semi-décidable. □

2. Rice

Utiliser le théorème de Rice pour montrer que les problèmes suivants sont indécidables.

1. Étant donnée une machine de Turing M, est-ce que $\mathrm{L}(M) = \emptyset$?
2. Étant donnée une machine de Turing M, est-ce que $\mathrm{L}(M)$ est fini ?
3. Étant donnée une machine de Turing M, est-ce que $\mathrm{L}(M)$ est un langage régulier ?
4. Étant donnée une machine de Turing M, est-ce que $\mathrm{L}(M)$ est un langage algébrique ?

□

3. Indécidabilité[1]

Étant donné un alphabet Σ, considérons l'ensemble Υ constitué des langages semi-décidables qui contiennent *au moins* tous les palindromes de Σ^*. En d'autre termes,

$$\Upsilon \triangleq \{L \subseteq \mathcal{L}_0 \mid \mathrm{Pal}(\Sigma^*) \subseteq L\}$$

Démontrez que le problème qui consiste à déterminer si un langage $L \in \mathcal{L}_0$ appartient à Υ n'est pas décidable. Utilisez d'abord le théorème de Rice. Puis redémontrez le résultat par réduction en reformulant le problème comme une propriété à décider sur les machines de Turing.

□

[1] Inspiré d'un problème d'examen 2003/2004.