Informatique théorique III
Série 10

Prof. Nestmann, 2004

1. Intersection de deux langages non-contextuels

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. Soit L_1 et L_2 les langages sur Σ définis par :

$$L_1 = \left\{a^n b^{2n} c^m \mid n, m \in \mathbb{N}\right\}$$
$$L_2 = \left\{a^n b^m c^{2m} \mid n, m \in \mathbb{N}\right\}$$

1. Montrer que L_1 et L_2 sont non-contextuels en donnant deux grammaires non-contextuelles G_1 et G_2 telles que $\mathrm{L}(G_1) = L_1$ et $\mathrm{L}(G_2) = L_2$.
2. Montrer que $L_1 \cap L_2$ n'est pas non-contextuel en utilisant les propriétés de stabilité.

2. Propriété de stabilité

Si L est un langage sur un alphabet Σ, on définit $\mathrm{init}(L)$ par :

$$\mathrm{init}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* \,.\, xy \in L\}$$

Montrer que si L est non-contextuel alors $\mathrm{init}(L)$ est non-contextuel.

On pourra partir d'une grammaire G sous forme normale de Chomsky telle que $\mathrm{L}(G) = L \backslash \{\epsilon\}$ et donner une grammaire non-contextuelle ayant pour langage $\mathrm{init}(L)$.

Énoncer ensuite les résultats intermédiaires qu'il faudrait prouver pour démontrer que la grammaire donnée convient et indiquer rapidement comment prouver ces résultats.