
Exercices sur les systèmes de types 12 décembre 2006

Les copies rendues jusqu'au jeudi 21 décembre dans la boîte devant INR 320 seront corrigées (sans influence sur la note).

Exercice 1

Dans MFL, en annexe et présenté au cours, démontrez le bien-typage, ou son absence, pour les programmes suivants (définissez un arbre de dérivation).

```
- 1 + 1 = 2
- 1 = true
- if (true) 1 else 0
- val p : int = 1;
  def f (x : bool) : int = if (x) p else 0;
  f(true)
```

Exercice 2

Etendez MFL avec la notion de paire. Pour cela, commencez par compléter la grammaire abstraite avec les alternatives suivantes.

```
e ::= ...
   | < e, e >  déclaration d'une paire
   | fst e     premier élément d'une paire
   | snd e     second élément d'une paire
t ::= ...
   | << t, t >> type d'une paire
```

Complétez ensuite les règles de typage de MFL pour prendre en compte ce nouveau concept.

Exercice 3

Un enregistrement est un type de données qui généralise la notion de paire : le nombre d'éléments n'est pas défini, et l'on nomme chaque élément au lieu de le définir par sa position. Etendez MFL avec la notion d'enregistrement. Pour cela, commencez par compléter la grammaire abstraite avec les alternatives

suivantes.

$e ::=$	\dots	
	$ \langle \bar{l} = \bar{e} \rangle$	déclaration d'un enregistrement
	$ e.l$	extraction d'un élément
$t ::=$	\dots	
	$ \ll \bar{l} \rightarrow \bar{t} \gg$	type d'un enregistrement

où l est un nouveau genre de noms.

Il devient alors possible de définir la notion de sous-typage où $t_1 <: t_2$ se lit « t_1 est sous-type de t_2 ». Cela signifie que dans chaque cas où t_2 est attendu, il est possible (le bien typage est conservé) d'utiliser t_1 . Par exemple, la propriété suivante est vraie.

$$\ll a \rightarrow t_a, b \rightarrow t_b \gg <: \ll a \rightarrow t_a \gg$$

Complétez et modifiez ensuite les règles de typage de MFL pour prendre en compte ces nouveaux concepts. N'oubliez pas de modifier les règles déjà existantes (par exemple l'exécution conditionnelle) pour permettre l'utilisation du sous-typage.

Vous remarquerez que le type d'un enregistrement ressemble aux environnements de Drei, inspirez-vous en. Vous pouvez aussi réutiliser les définitions de Drei.

Annexe : le langage MFL

Grammaire abstraite

$e ::=$	i	nombre entier
	$ \text{true}$	vrai logique
	$ \text{false}$	faux logique
	$ x$	identifiant
	$ e + e$	addition
	$ e = e$	comparaison
	$ e(e)$	application de fonction
	$ \text{if}(e) e \text{ else } e$	exécution conditionnelle
	$ \text{val } x : t = e; e$	définition de valeur
	$ \text{def } x(x : t) : t = e; e$	définition de fonction
$t ::=$	int	type d'entier
	$ \text{bool}$	type de booléen
	$ t \Rightarrow t$	type de fonction

Règles de typage des expressions de la forme $\Gamma \vdash e : t$

E-NBRE $\Gamma \vdash i : \text{int}$	E-VRAI $\Gamma \vdash \text{true} : \text{bool}$	E-FAUX $\Gamma \vdash \text{false} : \text{bool}$
--	---	--

$$\frac{\text{E-IDENT} \quad x \rightarrow t \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : t}$$

$$\frac{\text{E-ADDI} \quad \Gamma \vdash e_1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{int}}{\Gamma \vdash e_1 + e_2 : \text{int}}$$

$$\frac{\text{E-COMPA} \quad \Gamma \vdash e_1 : \mathbf{t} \quad \Gamma \vdash e_2 : \mathbf{t} \quad t \in \{\text{int}, \text{bool}\}}{\Gamma \vdash e_1 = e_2 : \text{bool}}$$

$$\frac{\text{E-APPLI} \quad \Gamma \vdash e : (t_1 \Rightarrow t) \quad \Gamma \vdash e_1 : t_1}{\Gamma \vdash e(e_1) : t}$$

$$\frac{\text{E-COND} \quad \Gamma \vdash e : \text{bool} \quad \Gamma \vdash e_1 : t \quad \Gamma \vdash e_2 : t}{\Gamma \vdash \text{if}(e) e_1 \text{ else } e_2 : t}$$

$$\frac{\text{E-VAL} \quad \Gamma \vdash e_1 : t_1 \quad x_1 \rightarrow t_1 \uplus \Gamma \vdash e : t \quad t_1 \diamond}{\Gamma \vdash (\text{val } x_1 : t_1 = e_1; e) : t}$$

$$\frac{\text{E-DEF} \quad x_2 \rightarrow t_2 \uplus \Gamma \vdash e_1 : t_1 \quad x_1 \rightarrow (t_2 \Rightarrow t_1) \uplus \Gamma \vdash e : t \quad t_1 \diamond \quad t_2 \diamond}{\Gamma \vdash (\text{def } x_1 (x_2 : t_2) : t_1 = e_1; e) : t}$$

Règles de typage des types de la forme $t \diamond$

$$\text{T-ENT} \quad \text{int } \diamond$$

$$\text{T-BOOL} \quad \text{bool } \diamond$$

$$\text{T-FONC} \quad \frac{t_1 \diamond \quad t_2 \diamond}{t_1 \Rightarrow t_2 \diamond}$$