1. Minimisation des états d'AFD

Pour chaque AFD donné ci-dessous, trouver les classes d'équivalence et dessiner l'automate minimal respectif. (S désigne l'état initial et F désigne un état final)

	a	b
S1	1	4
2	3	1
F3	4	2
F4	3	5
5	4	6
6	6	3
7	2	4
8	3	1

	a	b
SF1	3	5
F2	8	7
3	7	2
4	6	2
5	1	8
6	2	3
7	1	4
8	5	1

Conseil : Minimisez d'abord le premier automate, puis passez au deuxième exercice. Ensuite, si vous avez encore le temps, minimisez le second.

2. Preuve de l'algorithme de minimisation

Démontrez que les relations $\approx$ et $\approx_m$ vue au cours coïncident, c'est à dire que $p \approx_m q \Leftrightarrow p \approx q$.

Aide : $p \approx_m q \Leftrightarrow p \approx q$ est équivalent à $\neg(p \approx_m q) \Leftrightarrow \neg(p \approx q)$.

Démontrez l'implication de gauche à droite ($\neg(p \approx_m q) \Rightarrow \neg(p \approx q)$) par induction sur les règles[1] définissant $\surd$.

Montrer l'implication de droite à gauche ($\neg(p \approx q) \Rightarrow \neg(p \approx_m q)$) revient en fait à démontrer la proposition suivante :

pour tout $n \in \mathbb{N}$: s'il existe x tel que $|\, x \,| = n$, $\hat{\delta}(p, x) \in F$ et $\hat{\delta}(q, x) \notin F$ alors $\{p, q\} \in \surd$.

[1] Vue au cours 2, p. 19