1. Langages non réguliers

1. Montrez que ces langages ne sont pas réguliers.
   (a) $\{w \in \{0,1\}^* \mid \#0(w) = \#1(w)\}$
   (b) Un *palindrome* est une chaîne sur un alphabet Σ que l'on peut lire de manière identique dans un sens ou dans l'autre[1].

   $$w \text{ palindrome} \Leftrightarrow w = a_1 \cdot \ldots \cdot a_n \text{ avec } a_i \in \Sigma \text{ et } \forall i \in \{1, \ldots, n\} : a_i = a_{n-(i-1)}$$

   Le langage $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ palindrome}\}$ n'est pas régulier.
   (c) Une chaîne w dont les parenthèses sont *équilibrées*, noté w équilibré, satisfait la propriété suivante.

   $$w \text{ équilibré} \Leftrightarrow \#((w) = \#)(w) \text{ et } \forall w' \text{ si } w' \ll_p w \text{ alors } \#((w') \geq \#)(w')$$

   Par exemple, les parenthèses des chaînes « $(a()(((a)))a)$ » et « $a()()$ » sont équilibrées mais celle de « $(a((()))$ » et «))((» ne le sont pas.
   Le langage $\{w \in \{(,),a\}^* \mid w \text{ équilibré}\}$ n'est pas régulier.
2. L'ensemble des programmes JAVA syntaxiquement corrects est-il régulier ? Donnez un argument informel pour motiver votre réponse.

2. Langages réguliers finis et infinis

Un langage est *fini* s'il contient un nombre fini de chaînes. Il est *infini* dans le cas contraire.
L'algorithme suivant permet de décider la finitude d'un langage régulier L sur un alphabet Σ. L'algorithme *accepte* un langage régulier L si et seulement si il est fini.

1. Trouver un nombre n satisfaisant la condition du lemme de gonflement pour L (le plus petit par exemple).
2. Si pour tout $w \in \{w \in \Sigma^* \mid n \leq |w| \leq 2n-1\}$, $w \notin L$ alors L est accepté.
   Sinon L est rejeté.

Démontrez la validité de l'algorithme. C'est à dire démontrez que pour tout langage régulier L, L est accepté si et seulement si L est fini.

3. Langages finis et langages réguliers

Démontrez le théorème suivant.

Théorème 3.1 *Tous les langages finis sont réguliers.* □

[1] « Ésope reste élu par cette crapule et se repose » est un palindrome modulo les accents et les espaces. Un grand palindrome écrit en français (environ 1500 mots) a été publié par Georges Perec sous le titre 9691 dans Oulipo, *La littérature potentielle*, Gallimard 1973 (seconde édition Folio, 1988).