

1. Calculabilité

1. Cochez les cases valides ci-dessous (plusieurs réponses sont possibles). Ne vous contentez pas des réponses, justifiez les en vous replongeant dans le cours (définitions, théorèmes, etc).

- (a) Un langage régulier est, et le problème qu'il caractérise est,
- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> récursif | <input type="checkbox"/> décidable |
| <input type="checkbox"/> récursivement énumérable | <input type="checkbox"/> semi-décidable |
| <input type="checkbox"/> ni récursif, ni r.e. | <input type="checkbox"/> indécidable |
- (b) Le langage reconnu par un AFD est, et le problème qu'il caractérise est,
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> régulier | <input type="checkbox"/> décidable |
| <input type="checkbox"/> récursif | <input type="checkbox"/> semi-décidable |
| <input type="checkbox"/> récursivement énumérable | <input type="checkbox"/> indécidable |
| <input type="checkbox"/> ni régulier, ni récursif, ni r.e. | |
- (c) Le langage sur $\{a, b\}$ défini par $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ est, et le problème qu'il caractérise est,
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> régulier | <input type="checkbox"/> décidable |
| <input type="checkbox"/> récursif | <input type="checkbox"/> semi-décidable |
| <input type="checkbox"/> récursivement énumérable | <input type="checkbox"/> indécidable |
| <input type="checkbox"/> ni régulier, ni récursif, ni r.e. | |
- (d) Le langage sur $\{a, b\}$ défini par $\{a^n a^n \mid n \geq 0\}$ est, et le problème qu'il caractérise est,
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> régulier | <input type="checkbox"/> décidable |
| <input type="checkbox"/> récursif | <input type="checkbox"/> semi-décidable |
| <input type="checkbox"/> récursivement énumérable | <input type="checkbox"/> indécidable |
| <input type="checkbox"/> ni régulier, ni récursif, ni r.e. | |
- (e) Le langage sur $\{0, 1, \#\}$ défini par $\{[M]\#[x] \mid M \text{ s'arrête avec } x\}$ est, et le problème qu'il caractérise est,
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> régulier | <input type="checkbox"/> décidable |
| <input type="checkbox"/> récursif | <input type="checkbox"/> semi-décidable |
| <input type="checkbox"/> récursivement énumérable | <input type="checkbox"/> indécidable |
| <input type="checkbox"/> ni régulier, ni récursif, ni r.e. | |
- (f) Le langage sur $\{0, 1, \#\}$ défini par $\{[M]\#[x] \mid M \text{ ne s'arrête pas avec } x\}$ est, et le problème qu'il caractérise est,
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> régulier | <input type="checkbox"/> décidable |
| <input type="checkbox"/> récursif | <input type="checkbox"/> semi-décidable |
| <input type="checkbox"/> récursivement énumérable | <input type="checkbox"/> indécidable |
| <input type="checkbox"/> ni régulier, ni récursif, ni r.e. | |

(g) Soit L le langage qui caractérise un problème P .

Si P est décidable alors il existe

- un AFD A avec $L(A) = L$
- un AFN A avec $L(A) = L$
- une expr. reg. α avec $L(\alpha) = L$
- une MdT T totale avec $L(T) = T$
- une MdT T avec $L(T) = T$

Si P est semi-décidable alors il existe

- un AFD A avec $L(A) = L$
- un AFN A avec $L(A) = L$
- une expr. reg. α avec $L(\alpha) = L$
- une MdT T totale avec $L(T) = T$
- une MdT T avec $L(T) = T$

2. Quelles sont les relations (ensemblistes) entre l'ensemble des langages réguliers LR , récurrents R , et récursivement énumérables RE ?
3. Quelles sont les relations (ensemblistes) entre l'ensemble L_{AFD} des langages acceptés par l'ensemble des AFD, l'ensemble L_{AFN} des langages acceptés par l'ensemble des AFN, l'ensemble L_{REGEXP} des langages décrits par l'ensemble des expressions régulières, l'ensemble des langages L_{MTT} acceptés par l'ensemble des MdT totales, et l'ensemble des langages L_{MT} acceptés par l'ensemble des MdT ?

2. μ -recursion

Définissez les fonctions suivantes dans le cadre des fonctions μ -récursives (vous pouvez utiliser les fonctions `mult` et `add` vues au cours).

$$\text{fact}(x) \stackrel{\text{def}}{=} x!$$

$$\text{exp}(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} x^y$$